



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

## **IMPLEMENTAÇÃO DE PROGRAMA PARA MANOBRAS ORBITAIS VIA PROPULSORES DE BAIXO EMPUXO**

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA  
(PIBIC/CNPq/INPE)**

**Paolo Gennaro de Toledo Piza Rampazzo (UNESP, Bolsista  
PIBIC/CNPq)**

E-mail: [paolorampazzo@gmail.com](mailto:paolorampazzo@gmail.com)

**Prof. Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado  
(DMC/INPE, Orientador)**

E-mail: [prado@dem.inpe.br](mailto:prado@dem.inpe.br)

### **COLABORADOR**

**Prof. Dr. Othon Cabo Winter (DINÂMICA ORBITAL E  
PLANETOLOGIA/UNESP)**

E-mail: [ocwinter@feg.unesp.br](mailto:ocwinter@feg.unesp.br)

Julho de 2010

## RESUMO

Como preparação para esta pesquisa, inicialmente foi estudado o problema restrito de dois corpos, analítica e numericamente. As soluções numéricas foram realizadas utilizando a linguagem Fortran. Foram estudadas algumas perturbações, como o achatamento terrestre e alguns tipos de manobras impulsivas. O problema proposto, no entanto, mostrava um método para a obtenção de soluções sub-ótimas para manobras de baixo empuxo, ou seja, manobras que não podem ser consideradas impulsivas. Este método direto de obtenção de soluções quase ótimas se baseia em três parâmetros de variação. Basicamente, o problema inicial é transformado em um problema de programação não-linear no qual as variáveis de otimização são funções peso que de forma ponderada indicam a direção a ser tomada pelo veículo espacial. As três leis são baseadas nas direções de empuxo cuja variação do semi eixo maior, excentricidade e inclinação é máxima. Os autores do método propuseram para a solução do problema não linear a utilização de um software ao qual não foi possível o acesso. Desta forma, buscou-se entre formas alternativas de encontrar a solução ótima. No entanto, embora alguns desses métodos pudesse estar próximo ou pelo menos coerente de forma com que indicasse o caminho para a obtenção de soluções plausíveis, o projeto não foi totalmente concluído e apenas alguns resultados referentes a aplicação direta do método é apresentada, sem a resolução do problema de programação não-linear. Os resultados mostraram que o método é aplicável, mas, é de fato necessário um software para a solução do problema secundário não só pela falta de soluções ótimas, como também pela falta de variáveis que controlassem as órbitas intermediárias de forma com que as variáveis utilizadas conduzissem realmente os valores das variáveis de posição para a órbita final desejada.



## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1 – Introdução.....</b>	<b>p. 6</b>
<b>CAPÍTULO 2 – Problema de dois corpos.....</b>	<b>p.7</b>
<b>CAPÍTULO 3 – Manobras Orbitais.....</b>	<b>p.8</b>
<b>CAPÍTULO 4 – Otimização de Manobras de Baixo Empuxo.....</b>	<b>p. 12</b>
4.1 Sistema de coordenadas equinociais	
4.2 Equações de movimento	
4.3 Elementos médios	
4.4 Formulação do problema de controle ótimo	
4.5 Método de solução	
4.6 Novo problema – programação não-linear	
<b>CAPÍTULO 5 – Resultados.....</b>	<b>p. 18</b>
<b>CAPÍTULO 6 – Conclusão.....</b>	<b>p. 24</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>p. 25</b>



# **CAPÍTULO 1**

## **Introdução**

Este trabalho apresenta uma rápida introdução ao problema restrito de dois corpos e aos conceitos de manobras orbitais impulsivas. Com isso, é apresentado o método de baixo empuxo que deve ser estudado, do qual devem ser obtidos resultados.

Os primeiros assuntos já foram apresentados mais detalhadamente em relatórios anteriores e por isso devem apenas ser citados rapidamente. Nestes relatórios já foi mostrado como é apresentada a manobra impulsiva, além de perturbações causadas em uma órbita. As manobras aplicadas hoje, em geral, não são consideradas impulsivas, logo não podem ser modeladas da mesma forma como apresentada anteriormente. Existem diversos métodos para manobras deste tipo, cada um para um problema específico. Neste trabalho é implementado um método de manobras orbitais para propulsões elétrica solares.

## **CAPÍTULO 2**

### **Problema de dois corpos**

Sabe-se que dois objetos se atraem mutuamente segundo uma lei, a lei da gravitação universal, que impõe que a atração que um exerce sobre o outro depende do inverso da distância entre os corpos quadraticamente, além do produto de suas massas.

Embora a força que ambos sofrem seja a mesma, geralmente é considerado que um dos corpos fica estacionário (o de maior massa) e o outro tem uma órbita ao redor deste. Essa consideração é válida à medida que a diferença das massas seja cada vez maior, pois assim a aceleração de um deles pode ser considerada praticamente nula. Pode ser mostrado que a órbita resultante deste tipo de força, que varia inversamente com o quadrado da distância, é uma secção cônica e se a órbita for periódica, esta cônica é uma elipse (considerando que ambos os corpos são esféricos).

## CAPÍTULO 3

### Manobras Orbitais

As manobras orbitais podem ser consideradas como sendo impulsivas ou não-impulsivas. Para as manobras impulsivas pode-se considerar que o impulso é dado instantaneamente, diferente das manobras não-impulsivas, na qual o tempo de aplicação do impulso deve ser considerado. Para o estudo de manobras orbitais inicia-se com a manobra Hohmann, que é a manobra impulsiva mais conhecida, pois é fundamental para um bom entendimento de outros tipos de manobras impulsivas ou não impulsivas.

A manobra Hohmann pode ser realizada com a aplicação de dois impulsos instantâneos (empuxo infinito). A figura abaixo ilustra a transferência Hohmann entre duas órbitas circulares. O primeiro impulso coloca o veículo numa órbita elíptica até que seja atingido um ponto no qual deve ser aplicado outro impulso para colocar o veículo em sua nova órbita circular.

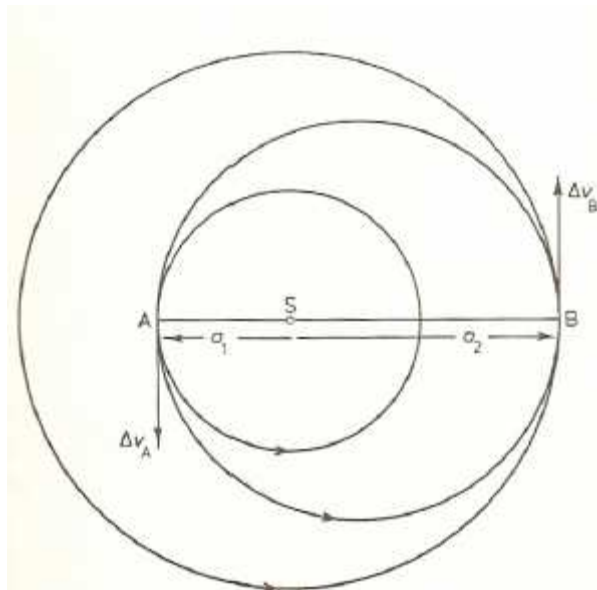


Figura 1: Manobra Impulsiva

Inicialmente a energia do corpo vale:

$$E_1 = \frac{v_1^2}{2} - \frac{\mu}{a_1}$$
$$\mu = GM$$

No entanto, como a força gravitacional que é a resultante do movimento circular, a velocidade pode ser calculada:



$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{a_1}}$$

Da mesma forma, seja a órbita 2 a órbita para a qual o veículo será transferido:

$$E_2 = \frac{v_2^2}{2} - \frac{\mu}{a_2}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM}{a_2}}$$

Eliminando a velocidade em ambos os estágios:

$$E_1 = -\frac{1}{2} \frac{\mu}{a_1}$$

e

$$E_2 = -\frac{1}{2} \frac{\mu}{a_2}$$

E a energia total para a transferência vale:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{\mu}{2} \left( \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right)$$

Agora devemos fazer as mesmas considerações para a órbita de transferência. Se o impulso aplicado for instantâneo, a órbita de transferência será a metade de uma elipse e serão necessários dois impulsos, um para colocar o veículo nesta órbita elíptica e o outro para colocá-lo desta para a outra órbita circular. Assumimos aqui que os impulsos serão tangentes a trajetória, de forma a minimizar o consumo de combustível. Dessa forma, a energia da órbita elíptica é dada por:

$$E_{transf} = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r}$$

Para uma órbita elíptica:

$$v^2 = \mu \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

$$E_{\text{transf}} = -\frac{\mu}{2a_{\text{transf}}}$$

Pela figura ilustrada acima, pode-se concluir que:

$$a_{\text{transf}} = \frac{1}{2}(a_1 + a_2)$$

obtendo assim:

$$E_{\text{transf}} = -\frac{\mu}{a_1 + a_2}$$

Com isso, temos o valor do primeiro acréscimo de energia:

$$\Delta E_a = E_{\text{transf}} - E_1 = -\frac{\mu}{2a_1} \left( \frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} \right)$$

e o segundo igual a:

$$\Delta E_b = E_2 - E_{\text{transf}} = -\frac{\mu}{2a_2} \left( \frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} \right)$$

Como estas energias serão acrescentadas em forma de energia cinética, pode-se determinar o impulso necessário:

$$\Delta E_a = \frac{1}{2}(v_a + \Delta v_a)^2 - \frac{1}{2}v_a^2$$

$$\Delta E_b = \frac{1}{2}v_b^2 - \frac{1}{2}(v_b - \Delta v_b)^2$$

$$\Delta v_a = \sqrt{\frac{\mu}{a_1}} \left( \sqrt{\frac{2a_2/a_1}{1 + a_2/a_1}} - 1 \right)$$

$$\Delta v_b = \sqrt{\frac{\mu}{a_2}} \left( 1 - \sqrt{\frac{2}{1 + a_2 / a_1}} \right)$$

Por fim, pode-se computar o tempo da manobra, que é equivalente a metade do tempo da órbita elíptica:

$$t_{transf} = \pi \sqrt{\frac{a_{transf}^3}{\mu}}$$

## CAPÍTULO 4

### Otimização de Manobras de Baixo Empuxo

O estudo das manobras de baixo empuxo segundo o método aqui apresentado se baseia em uma transferência orbital quase ótima de tempo mínimo utilizando propulsor solar elétrico. Dentre os casos práticos que podem ser programados utilizando este método esta a transferência de um veículo espacial de uma órbita de baixa altitude para uma órbita geossíncrona. Embora se deseje obter tempo mínimo de manobra, manobras utilizando este tipo de propulsor geralmente levam meses, e dependendo do caso até mesmo anos para serem completadas.

É utilizada uma técnica de otimização direta no cálculo da manobra, com variações na direção de aplicação de empuxo. Os resultados já obtidos com este método apresentam grande compatibilidade com os resultados obtidos através de estudos utilizando cálculo variacional.

As equações de movimento são descritas em termos dos elementos equinociais não singulares em lugar dos elementos orbitais clássicos, evitando assim singularidades que surgem para órbitas circulares (excentricidade nula) ou órbitas planas (inclinação de órbita nula ou com  $180^\circ$  de defasagem).

Para isso, são mostradas abaixo as relações entre os elementos clássicos e os elementos não singulares

#### 4.1 Sistema de coordenadas equinociais

Neste trabalho os elementos orbitais são descritos no sistema equinocial de coordenadas. Este sistema tem a vantagem de eliminar singularidades para orbitas com excentricidade nula ou que possuem ângulos de inclinação iguais a 0 ou 180 graus. A relação entre estes elementos e os elementos clássicos pode ser feita através das equações abaixo:

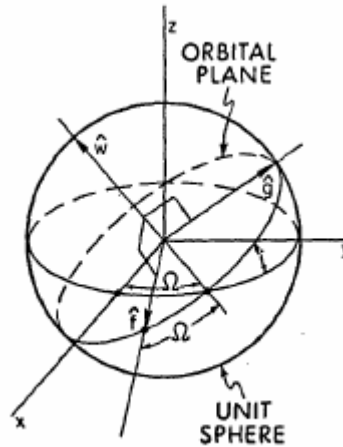


Figura 2: Transformação para o sistema equinocial

$$h = e \sin(\omega + \Omega)$$

$$k = e \cos(\omega + \Omega)$$

$$p = \tan\left(\frac{i}{2}\right) \sin\Omega$$

$$q = \tan\left(\frac{i}{2}\right) \cos\Omega$$

$$F = \Omega + \omega + E$$

onde a nomenclatura para os elementos clássicos continua podendo ser aplicada:  $a$  é o semi-eixo maior,  $e$  é a excentricidade,  $i$  é a inclinação,  $\Omega$  é a longitude do nó ascendente,  $\omega$  é o argumento do perigeu,  $E$  é a anomalia excêntrica e  $F$  é a longitude excêntrica.

#### 4.2 Equações de movimento

As equações de movimento para um veículo espacial sujeito a atração gravitacional e a uma força propulsiva são apresentadas numa forma compacta utilizando vetores e matrizes da seguinte forma:

$$\dot{x} = a_t M \hat{a}$$

Nesta equação,  $x$  representa o vetor de estado  $x = [a, h, k, p, q]^T$  e o sinal ( $\dot{\phantom{x}}$ ) indica a derivada em relação ao tempo. A variável  $a_t$  representa a magnitude da aceleração do empuxo e é dada por:

$$a_t = \frac{2\eta P_0}{mg I_{sp}}$$

onde  $\eta$  é a eficiência do sistema de propulsão,  $P_0$  é a potência fornecida ao sistema de propulsão,  $m$  é a massa do veículo,  $g$  é a aceleração gravitacional ao nível do mar e  $I_{sp}$  é o impulso específico. A equação de estado para  $F$  não é incluída, pois serão considerados os valores médios dos elementos e para que o cálculo seja válido só podem ser considerados os valores médios de elementos que variam muito lentamente. O vetor  $\hat{a}$  (3x1) é um vetor unitário que contém a direção de aplicação de empuxo, que no fundo, é a variável a ser alterada para que possa ser conseguida a otimização. Os elementos da matriz  $M$  (5x3) são:

$$\begin{aligned}
M_{11} &= \frac{2a}{nr} [hkb \cos F - (1 - h^2 b) \operatorname{sen} F] & M_{41} &= \frac{KY}{2Gna^2} \\
M_{12} &= \frac{2a}{nr} [(1 - k^2 b) \cos F - hkb \operatorname{sen} F] & M_{51} &= 0 \\
M_{13} &= 0 & M_{52} &= 0 \\
M_{21} &= \frac{G}{na^2} \left( \frac{\partial X}{\partial k} - hb \frac{\dot{X}}{n} \right) & M_{53} &= \frac{KX}{2Gna^2} \\
M_{22} &= \frac{G}{na^2} \left( \frac{\partial Y}{\partial k} - hb \frac{\dot{Y}}{n} \right) & X &= a[(1 - h^2 b) \cos F + hkb \operatorname{sen} F - \\
M_{23} &= \frac{k}{Gna^2} (qY - pX) & Y &= a[(1 - k^2 b) \operatorname{sen} F + hkb \cos F - \\
M_{31} &= -\frac{G}{na^2} \left( \frac{\partial X}{\partial h} + kb \frac{\dot{X}}{n} \right) & \dot{X} &= \frac{a^2 n}{r} [hkb \cos F - (1 - h^2 b) \operatorname{sen} F \\
M_{32} &= -\frac{G}{na^2} \left( \frac{\partial Y}{\partial h} + kb \frac{\dot{Y}}{n} \right) & \dot{Y} &= \frac{a^2 n}{r} [(1 - k^2 b) \operatorname{sen} F - hkb \cos F \\
M_{33} &= -\frac{h}{Gna^2} (qY - pX) & G &= \sqrt{1 - k^2 - h^2} \\
M_{41} &= 0 & b &= \frac{1}{1 + G} \\
M_{42} &= 0 & n &= \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \\
&& r &= a(1 - k \cos F - h \operatorname{sen} F) \\
&& K &= 1 + p^2 + q^2
\end{aligned}$$

### 4.3 Elementos médios

Como já dito anteriormente, serão considerados apenas os valores médios dos elementos orbitais. Com a utilização desses valores médios, o tempo de processamento de dados é bastante reduzido. Além disso, como os elementos variam muito pouco

devido à magnitude da força de empuxo ser pequena, o uso das médias orbitais não trará erros significativos, em primeira aproximação, para os resultados esperados. Com isso, os passos de integração podem ser da ordem de dias.

Para se utilizar, portanto, as médias dos elementos orbitais para a integração no tempo das equações de movimento, primeiramente são consideradas as mudanças em cada elemento orbital durante uma única órbita e divididas pelo período dessa órbita. Logo, espera-se:

$$\bar{x}' = \frac{1}{T} \int_{-\pi}^{\pi} \bar{a}_r \bar{M} \hat{a} \frac{dt}{dF} dF$$

$$\frac{dt}{dF} \frac{1}{T} = \frac{1 - \bar{k} \cos F - \bar{h} \sin F}{2\pi}$$

onde  $\bar{x}$  representa a aproximação do vetor de estado e T é o período orbital. A barra em cima das outras variáveis explicita que elas foram avaliadas utilizando o vetor de estado médio  $\bar{x}$ . A integral representa a mudança de um elemento orbital durante um período com todos os elementos orbitais considerados constantes, exceto pela longitude excêntrica F, que é a variável de integração e varia de  $-\pi$  a  $\pi$  (considerando empuxo contínuo).

#### 4.4 Formulação do problema de controle ótimo

O problema de otimização a ser considerado é, portanto, um problema livre de tempo total para a realização da manobra, mas, que vise a minimização deste tempo.

Matematicamente falando, o objetivo é encontrar uma direção de empuxo  $\alpha(t)$  que minimize

$$J = t_f$$

sujeito as equações de movimento descritas anteriormente, contendo as seguintes condições iniciais:

$$\bar{x}(0) = x_0$$

e sujeito aos vínculos das condições finais:

$$\Psi[\bar{x}(t_f), t_f] = \bar{x}(t_f) - x_f = 0$$

As condições iniciais definem a órbita inicial através dos elementos orbitais e também definem a massa inicial do veículo espacial. A equação de vínculo determina a órbita final, também em função do vetor de estado. Resumindo, o objetivo é encontrar a direção do empuxo, que é variável com o tempo, que minimize o tempo de transferência entre órbitas pré-determinadas.

## 4.5 Método de solução

Diferentes métodos podem ser usados para se conseguir a otimização da direção de empuxo. No entanto, para uma simplificação do problema, o ideal é fazer o uso de algumas leis de controle na obtenção de extremos para alguns elementos de controle que possam fazer com que se chegue a otimização. As leis se baseiam na máxima variação do semi eixo maior, na máxima variação da excentricidade e na máxima variação da inclinação. Para isto, a partir das equações para cada uma dessas variações em função do ângulo de empuxo, pode-se obter para qual ângulo esta variação é máxima.

Desta maneira é criado um vetor que possui como direção de empuxo aquela para a qual a variação do semi eixo maior é máxima e outro vetor que possui como direção de empuxo aquela para a qual a variação da excentricidade é máxima. Com a utilização das funções peso para os dois vetores obtém-se o ângulo pitch, simbolizado pela letra delta:

$$\hat{u} = \frac{G_a \hat{u}_a + G_e \hat{u}_e}{\|G_a \hat{u}_a + G_e \hat{u}_e\|} = [\text{sen}\delta, \text{cos}\delta, 0]^T$$

Da mesma forma, o ângulo yaw pode ser também encontrado:

$$\sigma = G_i \frac{\pi}{2} \cos(\omega + \nu)$$

O vetor beta dá a direção do empuxo no sistema radial-transversal-normal local:

$$\hat{\beta} = [\text{sen}\delta \text{cos}\sigma, \text{cos}\delta \text{cos}\sigma, \text{sen}\sigma]^T$$

e a partir de uma rotação deste sistema de um ângulo  $\Omega + \omega + \nu$  no sentido anti-horário obtém-se o vetor alfa, o qual dá a direção do empuxo no sistema utilizado no problema.

## 4.6 Novo problema – programação não-linear

Como se sabe, com a utilização do método direto é criado um novo problema, que desta vez é não-linear. Neste problema, como pode ser visto nas equações acima, apenas a diferença entre os pesos para o semi eixo e para a excentricidade é que fazem diferença no problema. Logo, pode-se assumir o valor de uma delas como constante e dessa maneira é reduzida a dimensão do problema não linear. Para esta otimização o autor propõe um método de programação quadrática seqüencial.

Para a conclusão da pesquisa, deve ser estudado um método de programação não-linear. Utilizando este método, os valores das funções peso que minimizam o tempo da manobra devem ser encontrados e diferentes cenários podem ser simulados. O método proposto é o método NPSOL 5.0, que é um método que se baseia no gradiente



da função para atingir a otimização. Este método, no entanto, não é livre e desta forma não foi possível ter acesso ao mesmo. Portanto, alguns outros métodos foram utilizados como tentativas para a obtenção de soluções ótimas. Entretanto, com os métodos testados não foram obtidas boas convergências e por isso eles não serão apresentados. Outros métodos “prontos” para problemas deste tipo, não-lineares, foram procurados, mas nenhum deles era adequado para este tipo de problema e por isso os resultados esperados não puderam ser atingidos.

Os resultados que serão mostrados adiante foram obtidos apenas com valores fixos das variáveis de otimização e, por isso, não devem ser considerados ótimos. Apesar disso, estes resultados são um bom indicativo do andamento do problema. Isto é, comparando os gráficos obtidos aqui com os gráficos apresentados pelo autor, pode-se ver que de fato as variações de cada variável se dão como esperado, com diferença apenas na escala de tempo, já que os valores ótimos são obviamente obtidos num menor espaço de tempo.

## CAPÍTULO 5

### Resultados

Semi eixo maior:  $a$   
Excentricidade:  $e$   
Inclinação:  $I$   
Longitude do nodo ascendente:  $\Omega$   
Argumento de pericentro:  $\omega$   
Massa:  $m$   
Impulso específico:  $I_{sp}$   
Potência:  $P$   
Rendimento:  $\eta$

**Tabela 1**

Caso	A (RE)	E	I (graus)	$\Omega$ (graus)	$\omega$ (graus)	M (kg)	$I_{sp}$ (s)	P (kW)	$\eta$
1	1,063	0,2	5,2	0,0	0,0	5500	1800	30	0,55
2	1,063	0,2	5,2	0,0	0,0	5500	1800	30	0,55
3	1,086	0,0	28,5	0,0	0,0	1200	3300	10	0,65

- RE = Raio terrestre

Para estes casos, foram utilizados diferentes valores para o peso da variação da excentricidade, mantendo-se sempre o peso unitário para o semi eixo maior, já que, como explicado anteriormente apenas a proporção dos mesmos é que define a manobra. No caso do peso para a inclinação, este foi mantido com valor nulo já que os ensaios testados aqui eram todos planares. Para os dois primeiros casos, como é mostrado na tabela acima, a órbita é a mesma e os parâmetros são os mesmos. Os pesos, entretanto, são diferentes. Desta forma pode ser visto que de fato alterando-se a relação de pesos o tempo final para uma determinada órbita é específico para cada ensaio.

O segundo e o terceiro foram calculados por tempos maiores, para se ter uma noção do comportamento da curva, já que para tempos relativamente curtos a variação do semi eixo maior aparenta ser uma reta. Pode ser visto que os gráficos são bem parecidos com os que o autor do método apresenta no paper. Desta forma, aplicando-se a este método a resolução do problema restante para encontrar os valores adequados das funções peso, o problema fica resolvido.

**Tabela 2**

Caso	Semi eixo maior (km)	Excentricidade	Peso para excentricidade	Tempo de manobra (dias)
1	12031	0,12	1,0	71
2	10927	0,13	10,0	71
3	16777	0,00	1,0	100

Pode ser visto que os valores estão coerentes, já que para menores valores de função peso, a relação entre a função do semi eixo maior e da excentricidade cresce e com isso um maior valor para o semi eixo maior deve ser encontrado. Da mesma forma, para maiores valores desta função a excentricidade final é maior.

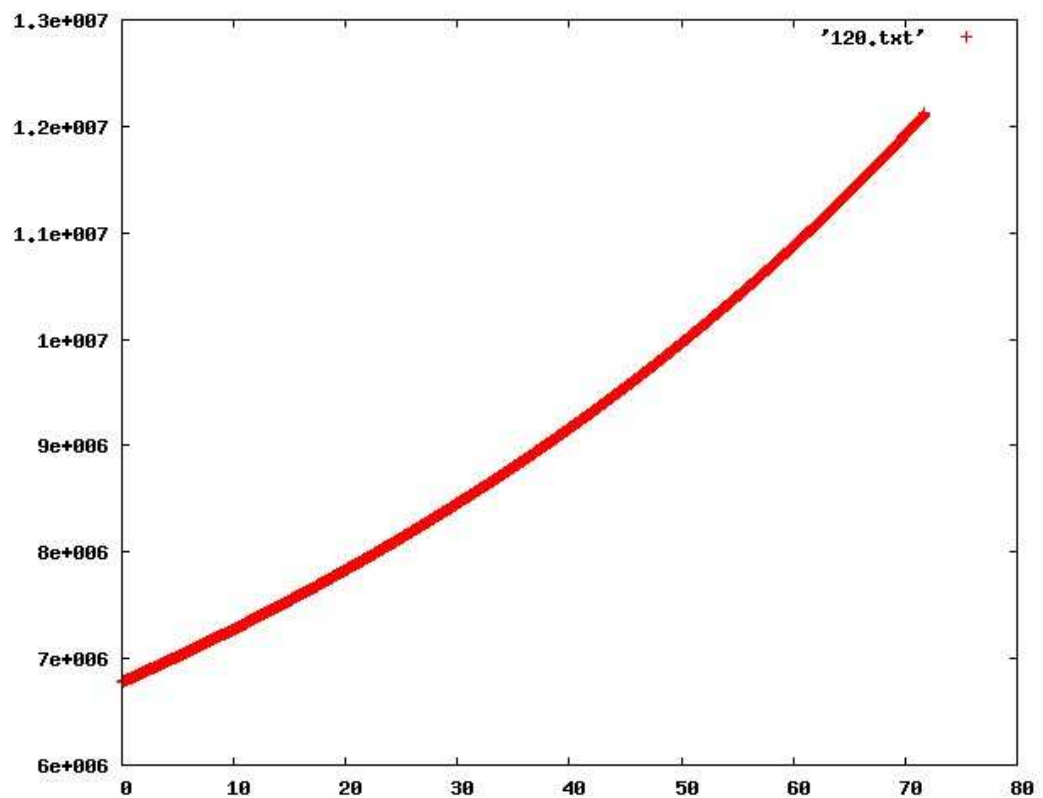


Figura 3: Variação do semi eixo maior x Tempo em dias

(Caso 1)

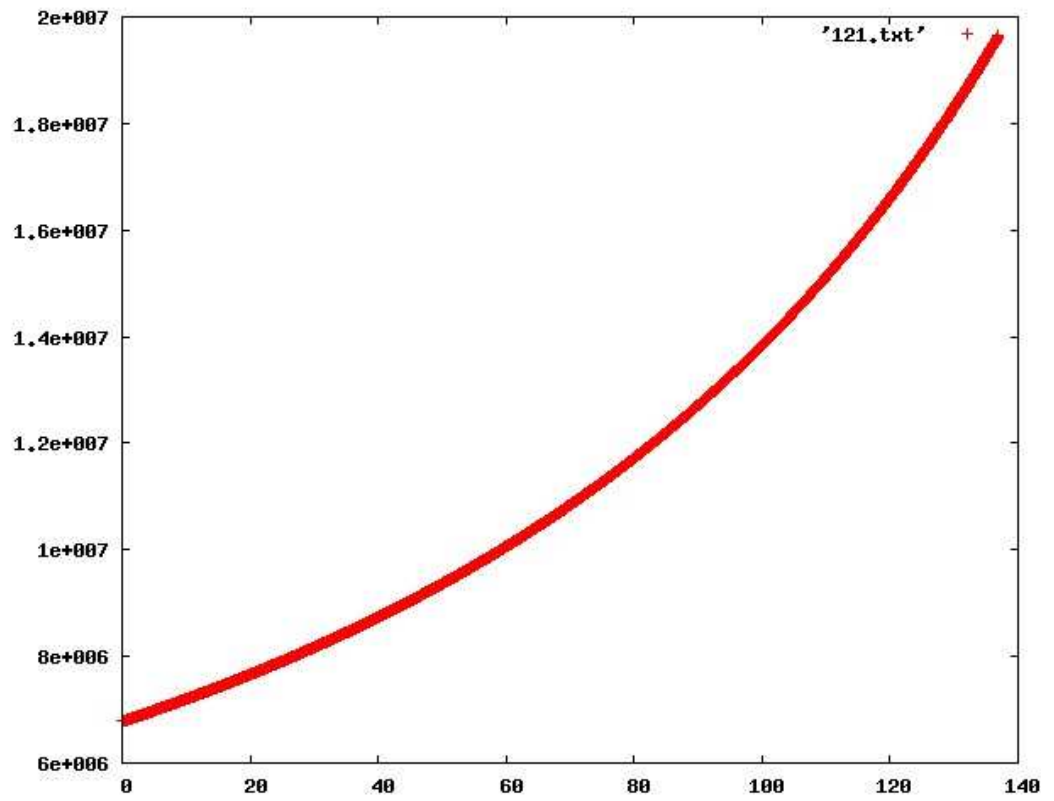


Figura 4: Variação do semi eixo maior x Tempo em dias  
(Caso 2)

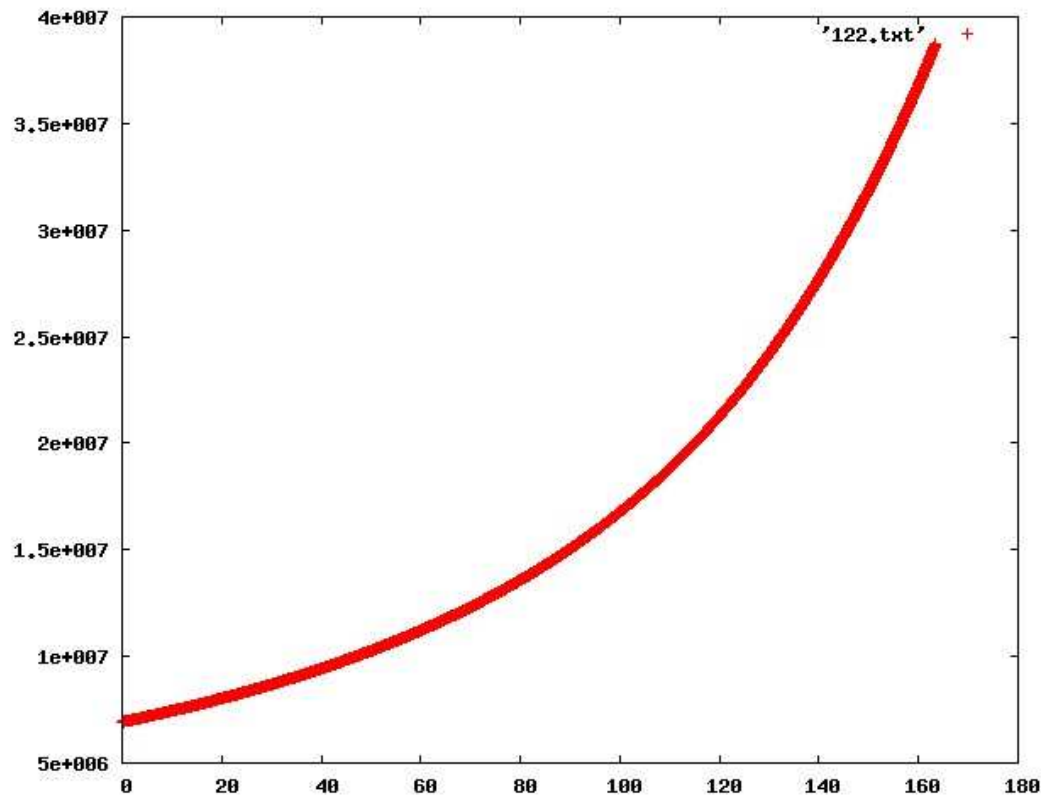


Figura 5: Variação do semi eixo maior x Tempo em dias

(Caso 3)

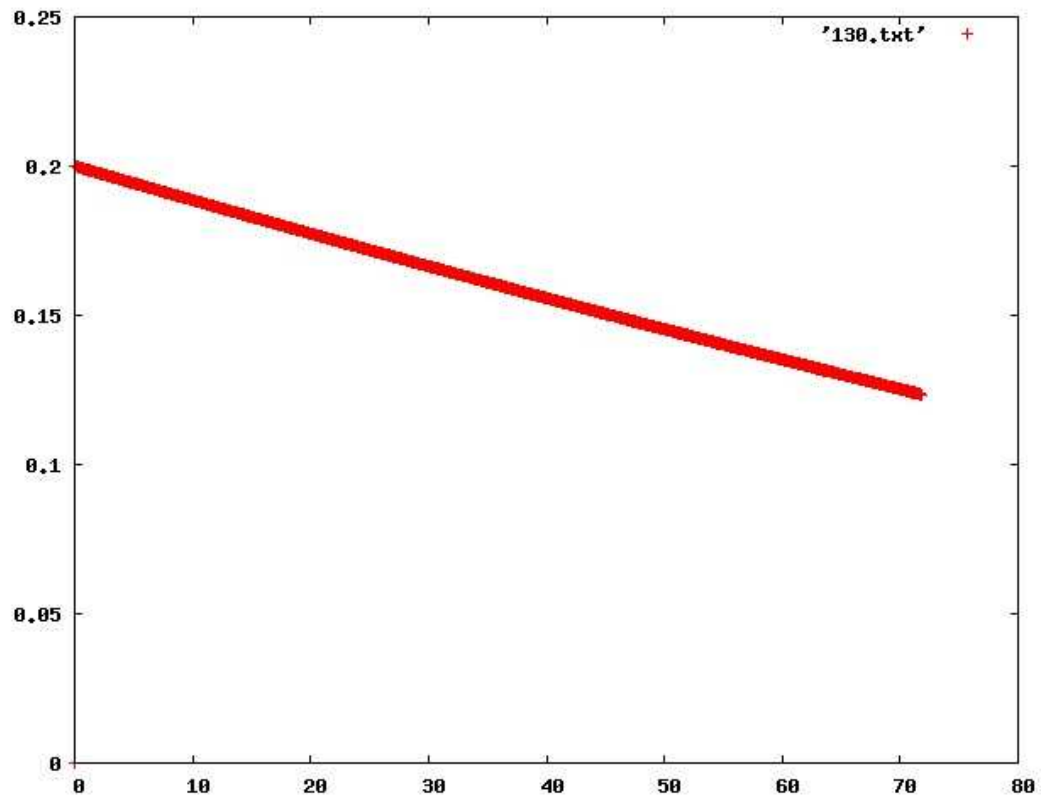


Figura 6: Variação da excentricidade x Tempo em dias

(Caso 1)

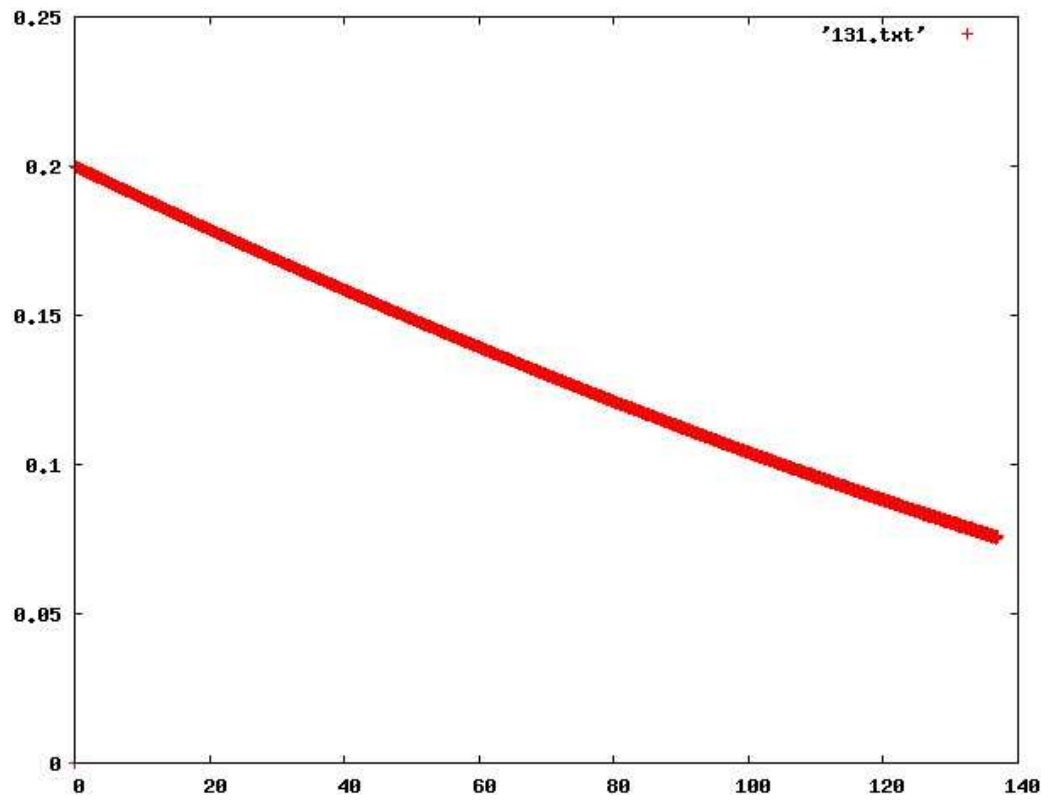


Figura 7: Variação da excentricidade x Tempo em dias

(Caso 2)

## CAPÍTULO 6

### Conclusão

Ao longo de dois anos foi possível aprender sobre transferências orbitais impulsivas e não-impulsivas, sendo esta última o caso mais estudado nesta pesquisa. Diversos métodos existentes na área tratam de manobras de baixo empuxo, cada um com uma teoria diferente. Para este tipo de manobras, não há um método geral para a determinação dos valores ótimos para uma economia de combustível. Para cada pequeno detalhe nas condições da manobra, um método diferente pode ser apresentado. O método atual, por exemplo, leva em consideração que a magnitude do empuxo é sempre constante, e por isso há também uma economia de combustível quando se economiza tempo de manobra. Entretanto, caso este não fosse o caso, o método estaria totalmente inadequado para outro tipo de situação. No material estudado, havia valores obtidos por outros métodos, que estão de acordo com os valores obtidos através deste método, confirmando assim a eficácia dos métodos diretos. Além disso, eles são muito utilizados devido a sua rápida convergência e velocidade de processamento, sendo ideal para aplicações em tempo real. O método estudado é um método direto. Os métodos diretos transformam o problema inicial em um problema de programação não-linear, sendo necessário um software que faça com que os valores ótimos sejam calculados. O software recomendado não estava ao nosso alcance, já que era um código que deveria ser pago, pois sua licença não era liberada. Desta forma, para a implementação do método seria necessário um método deste tipo para que os valores fossem compatíveis com os valores apresentados pelo autor e embora não tenha sido concluído desta forma este trabalho, os valores obtidos aqui sem a procura por uma solução que fosse ótima com as opções que estavam ao alcance foram bem satisfatórios. Embora esta pesquisa não tenha sido concluída até onde o autor apresenta seu trabalho, os resultados mostraram que com a possibilidade do uso do software para a solução do problema final, em não havendo problema com o software, o problema pode ser considerado praticamente como reproduzido com sucesso.



## REFERÊNCIAS

GILL, P. E.; MURRAY, W.; SAUNDERS, M. A.; WRIGHT, M. H. **User's Guide for NPSOL 5.0: A Fortran Package for Nonlinear Programming**. Stanford Univ: Dept. Op. Research, Rpt. SOL 86-2R, 1998. 44 p.

GOMES, Vivian Martins. **Determinação de órbita e manobras utilizando GPS e motor com baixo empuxo**. 184 p. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais) – INPE, São José Dos Campos, 2008. Disponível em: < <http://mtc-m18.sid.inpe.br/col/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2008/08.11.15.18/doc/publicacao.pdf>>. Acesso em: 10 jan. 2010.

KLUEVER, C. A. ; OLESON, S. R. **A Direct Approach for Computing Near-Optimal Low-Thrust Transfers**. AAS/AIAA, Astrodynamics Specialist Conference, AAS Paper 97-717, Sun Valley, Idaho, August 4-7, 1997.

PRADO, A. F. B. A.; RIOS-NETO, A. Um Estudo Bibliográfico sobre o Problema de Transferências de Órbitas. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**, Rio de Janeiro, v. XV, n. 1, p. 65-78, 1993.

SACKETT, Lester L.; MALCHOW, Harvey L.; EDELBAUM, Theodore N. **Solar Electric Geocentric Transfer with Attitude Constraints: Analysis**. NASA CR-134927, August, 1975.

SANTOS, Denilson Paulo Souza dos. **Otimização de trajetórias espaciais com propulsão elétrica solar e manobras gravitacionalmente assistidas**. 128 p. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais) – INPE, São José Dos Campos, 2009. Disponível em: <<http://mtc-m18.sid.inpe.br/rep/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2009/10.06.12.40?languagebutton=pt-BR&mirror=sid.inpe.br/mtc-m18@80/2008/03.17.15.17.24&searchsite=bibdigital.sid.inpe.br:80&searchmirror=sid.inpe.br/bibdigital@80/2006/04.07.15.50.13>>. Acesso em: 10 jan. 2010.

SANTOS, Denilson Paulo Souza dos. **Otimização de trajetórias espaciais com propulsão elétrica solar e manobras gravitacionalmente assistidas**. 128 p. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais) – INPE, São José Dos Campos, 2009. Disponível em: < <http://mtc-m18.sid.inpe.br/rep/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2009/10.06.12.40?languagebutton=pt-BR&mirror=sid.inpe.br/mtc-m18@80/2008/03.17.15.17.24&searchsite=bibdigital.sid.inpe.br:80&searchmirror=sid.inpe.br/bibdigital@80/2006/12.20.14.49> >. Acesso em: 10 jan. 2010.

YANG, Gao. Direct Optimization of Low-thrust Many-revolution Earth-orbit Transfers. **Chinese Journal of Aeronautics**, Amsterdam, v. 22, Issue 4, August 2009. p. 426-433.